

**ÓPTIMO DESPLIEGUE DE
SINCRONOFASORES EN UN SISTEMA DE
DISTRIBUCIÓN ELÉCTRICA**

ÓPTIMO DESPLIEGUE DE SINCRONOFASORES EN UN SISTEMA DE DISTRIBUCIÓN ELÉCTRICA

Jefferson Ricardo Haro Vaca
Egresado de la Carrera de Ingeniería Eléctrica
Facultad de Ingenierías
Universidad Politécnica Salesiana

Dirigido por:
Esteban Mauricio Inga Ortega
Director de Carrera de Ingeniería Eléctrica
Facultad de Ingenierías
Universidad Politécnica Salesiana



Quito - Ecuador

Jefferson Ricardo Haro Vaca

**ÓPTIMO DESPLIEGUE DE SINCRONOFASORES EN UN SISTEMA DE
DISTRIBUCIÓN ELÉCTRICA**

Universidad Politécnica Salesiana
Ingeniería Eléctrica

Breve reseña historia e información de contacto:



Jefferson Ricardo Haro Vaca (A'1991-M'10). Bachiller en Ciencias, especialidad Físico - Matemáticas del Colegio San Luis Gonzaga. Egresado de la Carrera de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Politécnica Salesiana. Miembro Estudiantil del Grupo de Investigación en Redes Eléctricas Inteligentes-GIREI. Su trabajo se basa en técnicas de modelización y simulación matemática de redes inalámbricas para infraestructuras de medición avanzada. Sus intereses de investigación incluyen Smart Grid, AMI y modelos de optimización matemática.

jharov@est.ups.edu.ec

Dirigido por:



Esteban Inga (A'1976-M'08). Ingeniero Electrónico de la Universidad Politécnica Salesiana; recibió su grado de Máster en Educación y Desarrollo Social en 2008 por la Universidad Tecnológica Equinoccial-Quito. En el presente trabaja para obtener su grado de PhD en Ingeniería de la Universidad Pontificia Bolivariana de Medellín-Colombia. Es coordinador del Grupo de Investigación en Redes Eléctricas Inteligentes - GIREI. Sus trabajos de investigación están relacionados a la Infraestructura de Medición Avanzada, Redes Celulares, Smart Grid. Actualmente es Director de Carrera de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Politécnica Salesiana - Sede Quito.

einga@ups.edu.ec

Todos los derechos reservados:

Queda Prohibida, salvo excepción prevista en la Ley, cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública y transformación de esta obra para fines comerciales, sin contar con la autorización de los titulares de propiedad intelectual. La infracción de los derechos mencionados puede ser constitutiva de delito contra la propiedad intelectual. Se permite la libre difusión de este texto con fines académicos o investigativos por cualquier medio, con la debida notificación a los autores.

DERECHOS RESERVADOS

©2015 Universidad Politécnica Salesiana
QUITO – ECUADOR

DEDICATORIA.

Jefferson Ricardo Haro Vaca

Con mucho amor a mi apreciada familia que con su apoyo, dedicación, sacrificio y mi esfuerzo se ha logrado cumplir mis metas a lo largo de toda mi carrera. Especialmente a mis padres y hermana que han sido un eje fundamental en mi vida, por inculcarme buenos valores para ser en mí una persona honrada y responsable enfocándome siempre a una formación integral. A mi enamorada por ser mi apoyo incondicional en todo momento, su cariño, paciencia y colaboración han sido indispensable para seguir luchando por mis ideales.

AGRADECIMIENTO.

Jefferson Ricardo Haro Vaca

Expreso mis agradecimientos al Ingeniero Esteban Inga Ortega M.Ed por transmitir sus enseñanzas y conocimientos profesionales siendo el instructor principal para llevar a cabo este trabajo. De igual manera, agradezco al docente Ing. Santiago Espinosa colaborador de la investigación por compartir su experiencia y formación profesional. Vale reconocer el esfuerzo de cada docente para el desarrollo de la investigación con la finalidad de fortalecer mi formación profesional; también quiero agradecer al grupo de investigación GIREI por permitirme ser parte de su equipo de trabajo durante el tiempo de elaboración del proyecto investigativo.

DECLARATORIA DE COAUTORÍA DEL DOCENTE TUTOR/A

Yo, Esteban Inga Ortega declaro que bajo mi dirección y asesoría fue desarrollado el trabajo de titulación *Óptimo despliegue de sincronofasores en un sistema de distribución eléctrica* realizado por Jefferson Ricardo Haro Vaca, obteniendo un producto que cumple con todos los requisitos estipulados por la Universidad Politécnica Salesiana para ser considerados como trabajo final de titulación.

Quito, Noviembre 2015

Esteban Mauricio Inga Ortega

Cédula de identidad: 0102116043

CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR

Yo, Jefferson Ricardo Haro Vaca, con documento de identificación N° 1716567258, manifiesto mi voluntad y cedo a la Universidad Politécnica Salesiana la titularidad sobre los derechos patrimoniales en virtud de que soy autor/es del trabajo de grado/titulación intitulado: “*Óptimo despliegue de sincronofasores en un sistema de distribución eléctrica*”, mismo que ha sido desarrollado para optar por el título de: Ingeniero Eléctrico, en la Universidad Politécnica Salesiana, quedando la Universidad facultada para ejercer plenamente los derechos cedidos anteriormente.

En aplicación a lo determinado en la Ley de Propiedad Intelectual, en mi condición de autor me reservo los derechos morales de la obra antes citada. En concordancia, suscribo este documento en el momento que hago entrega del trabajo final en formato impreso y digital a la Biblioteca de la Universidad Politécnica Salesiana.

Firma

.....

Nombre: Jefferson Ricardo Haro Vaca

Cédula: 1716567258

Fecha: Noviembre 2015

GLOSARIO

A

ÁRBOL DE EXPANSIÓN MÍNIMA: Es un conjunto mínimo conformado de valores asociados con menor costo, distancia o peso.

C

CAPACIDAD: Indica la facilidad para transportar información por el medio de comunicación inalámbrico o alámbrico en el que se desenvuelve el sistema.

D

DISTRIBUCIÓN: Es la entrega de energía a los consumidores al por menor.

E

ENRUTAMIENTO: Función de encontrar la ruta más conveniente entre un conjunto de caminos que conforman una topología.

F

FLUJO DE INFORMACIÓN: Movimiento de datos medidos que se transmite a través de un medio de interconexión o comunicación.

O

OBSERVABILIDAD COMPLETA: Indica la zona de ubicación estratégica para la determinación de los voltajes y corrientes en todas las subestaciones mediante un conjunto mínimo de las PMUs para conocer el comportamiento general del sistema.

S

SMART GRID: Red eléctrica inteligente, denominación al modelo de red de eficiencia y confiabilidad energética.

SISTEMA DE DISTRIBUCIÓN: Es la parte de la transmisión y las facultades del sistema eléctrico que está dedicado a la entrega de energía eléctrica al usuario final.

SUBESTACIÓN ELÉCTRICA: Es el área del sistema eléctrico encargado de establecer los niveles de tensiones con el fin de cumplir con la transmisión y distribución de la energía eléctrica.

U

UBICACIÓN ÓPTIMA: Hace referencia a la colocación adecuada de las PMUs en los distintos nodos del sistema para minimizar los costos de implementación.

UNIDAD DE MEDICIÓN FASORIAL: Tecnología que permite la medición de tensiones y corrientes fasoriales para el sistema eléctrico de potencia.

ÍNDICE GENERAL

Contenido

1. INTRODUCCIÓN	1
1.1. Planteamiento del Proyecto	1
1.2. Estado del Arte	3
2. OBJETIVOS.....	8
2.1. OBJETIVO GENERAL.....	8
2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS	8
3. METODOLOGÍA	8
4. DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN.....	9
4.1. Ubicación de las PMUs en el sistema de distribución basado en observabilidad completa.	9
4.2. Planteamiento del problema de optimización.....	10
5. RESULTADOS ESPERADOS	13
6. ESTRATEGIA PARA LA DIVULAGACIÓN DE LOS RESULTADOS	15
7. SECTORES BENEFICIADOS	15
8. REFERENCIAS	15

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.Unidades de Medición Fasorial en el sistema de distribución eléctrica	1
Figura 2.Sistema de distribución eléctrica con sus respectivas subestaciones.....	2
Figura 3.Sistema de distribución eléctrica para la ubicación óptima de las PMUs.....	11
Figura 4.Ubicación óptima de las PMUs basado en Programación Lineal Entera	14
Figura 5. Enlaces factibles basado en el MST (Árbol de Expansión Mínima)	14

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1.Matriz de estado del arte	6
Tabla 2.Resumen e Indicadores del estado del arte	6
Tabla 3.Restricciones del sistema de distribución eléctrica con 24 subestaciones.	12

RESUMEN DEL PROYECTO

El presente trabajo propone un modelo matemático basado en la necesidad de garantizar un bajo costo y eficiencia en la implementación de las unidades de mediciones fasoriales (PMUs) para el sistema de distribución eléctrica. La estrategia es la ubicación de las PMUs en la topología de la red para una colocación adecuada en los distintos nodos del sistema, que de tal manera se obtenga el estado del sistema eléctrico a través de la determinación del voltaje y corriente en cada subestación eléctrica para establecer el comportamiento general. En el modelo de optimización la selección de instalar una PMU es dada por una observabilidad completa del sistema, es decir que permita la medición fasorial de todos los nodos del sistema sin necesidad de colocar PMUs para cada subestación eléctrica, esta metodología asegura minimizar los costos de instalación de las PMUs en el sistema eléctrico. También, en el modelo de optimización se plantea el problema de enrutamiento entre las PMUs basado en el algoritmo heurístico Prim para encontrar el árbol de expansión mínima (MST) del sistema conformado por las subestaciones eléctricas. El MST consiste en la elección de la ruta mínima de todos los enlaces posibles trazados entre las PMUs, entonces el resultado es un conjunto mínimo para concretar el MST, dichos enlaces se asocian un costo o peso relacionado a la distancia entre las PMUs pero siempre el resultado final del MST determina la ruta basado a un costo mínimo avalando el enlace entre todas las PMUs de la red de distribución eléctrica.

ABSTRACT

This paper proposes a mathematical model based on the need to ensure low cost and efficiency in the implementation of phasor measurement units (PMUs) for the electrical distribution system. The strategy is the optimal placement of the PMUs in the network topology for proper implementation or installation of the PMUs, so it requires that the electrical system obtained the status and behavior general by determining the voltage and current at each substation. In the optimization model of the selection for install a PMU is given by a full observability of the system, that is to say, that allow the phasor measurement of all system nodes but not need implementing PMUs for each substation, this methodology ensures minimize costs PMUs installation of the electrical system. Also, in the optimization model presents the problem of routing among PMUs based on heuristic algorithm Prim to find the minimum spanning tree (MST) system for the substations, the MST is choosing the minimum path traced of all possible links between the PMUs, then the result is a minimal set that form the MST, such links contain cost or weight related with a distance between PMUs.

1. INTRODUCCIÓN

1.1. Planteamiento del Proyecto

El proyecto de investigación plantea el desarrollo del modelo de optimización del número de PMUs y enlaces para el despliegue de redes de distribución eléctrica basado en una observabilidad completa del sistema[1][2], que consta de la ubicación de PMUs y el algoritmo MST para definir los enlaces factibles entre las PMUs[3][4], donde el resultado óptimo establece la ubicación de las PMUs en algunas subestaciones eléctricas[5]. El propósito general de la implementación de PMUs en la red de distribución es obtener en tiempo real la medición de fasores[6], tanto tensiones e intensidades en cada nodo del sistema mediante una señal GPS sincronizada[7][8][9], entonces todos los datos de fasores muestreados se direccionan a un concentrador de datos con el fin de supervisar, monitorear y controlar el sistema de distribución eléctrica[6][10]. En la figura 1 se presenta el planteamiento del proyecto de investigación sobre el despliegue de las PMUs en la red de distribución eléctrica.

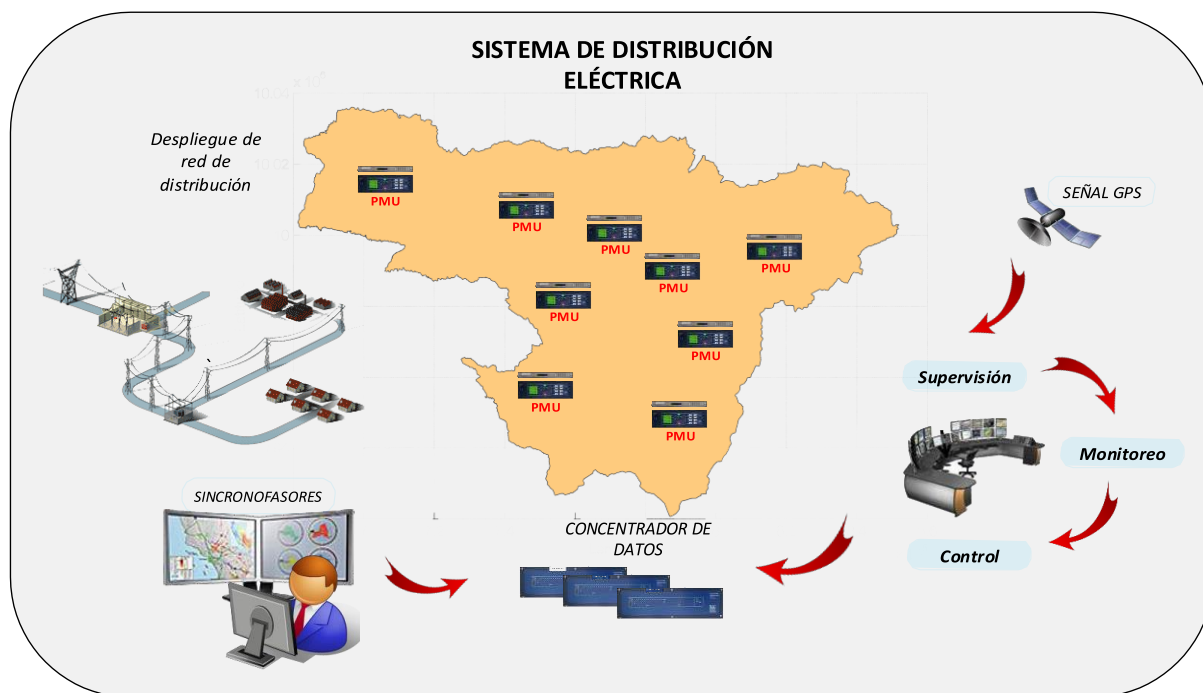


Figura 1. Unidades de Medición Fasorial en el Sistema de Distribución Eléctrica.

La necesidad de instalar las PMUs se genera por causa de establecer el estado actual del sistema frente a posibles pérdidas de sincronismos los cuales provocan una inestabilidad de la red eléctrica[11][12], entonces para mitigar dicha situación con lleva a instalar las PMUs en el sistema eléctrico, para lograr la medición de voltaje y corrientes fasoriales[13][14], en el cual se determine instantáneamente un comportamiento inadecuado del sistema por medio de la intervención de una red inteligente basado en

un muestreo de datos fasoriales, medios de comunicación, análisis, supervisión, monitoreo y control[15][16], por lo tanto la integración de las PMUs son indispensables por ofrecer todos esos aplicativos al sistema pero el inconveniente que se presenta para las compañías eléctricas es el elevado costo de las PMUs, entonces se requiere optar por un modelo de optimización basado en costos que permita reducir el número de las PMUs[17] y enlaces para el flujo de información entre los nodos pero asegurando la observabilidad del sistema de distribución eléctrica[13][18], es decir que con un conjunto mínimo de las PMUs ubicadas en ciertas subestaciones alcance para la medición fasorial en todos los nodos[19]. De tal manera en el proyecto de investigación se enfoca en minimizar el costo para la implementación de las PMUs buscando el punto óptimo donde sea rentable la utilización de los sincronfasores para el sistema de distribución eléctrica. En la figura 2 se ilustra el sistema de distribución eléctrica con la localización de cada subestación y la red de distribución para realizar el óptimo despliegue de los sincronfasores.

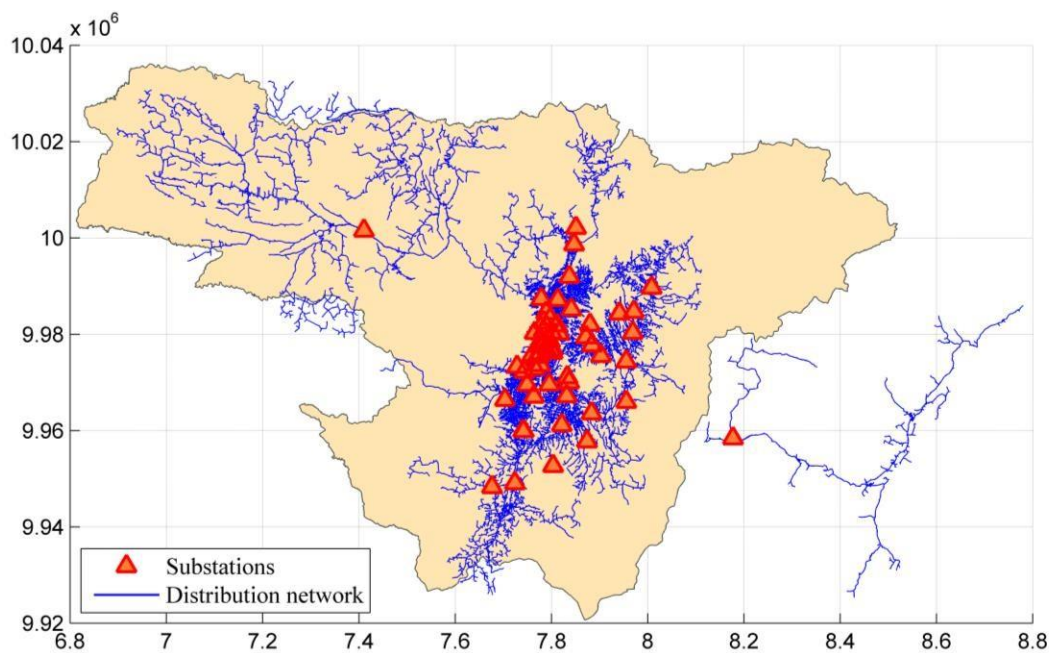


Figura 2. Sistema de distribución eléctrica con sus respectivas subestaciones

1.2. Estado del Arte

ÓPTIMO DESPLIEGUE DE SINCRONOFASORES EN UN SISTEMA DE DISTRIBUCIÓN ELÉCTRICA																								
DATOS				TEMÁTICA					FORMULACIÓN DEL PROBLEMA FUNCIONES OBJETIVO				RESTRICCIONES DEL PROBLEMA				PROPUESTAS PARA RESOLVER EL PROBLEMA				SOLUCIÓN PROPUESTA			
ITEM	AÑO	TÍTULO DEL ARTÍCULO	REFERENCIA	PMUs - SISTEMA ELÉCTRICO	ENRUTAMIENTO	ÁRBOL DE EXPANSIÓN MÍNIMA	ESTABILIDAD	OBSERVABILIDAD	UBICACIÓN ÓPTIMA	ENRUTAMIENTO	MINIMIZACIÓN DE COSTOS	PLANEACIÓN	COSTO	ENRUTAMIENTO	CAPACIDAD TRANSMISIÓN DE ENLACE	CONDICIÓN UBICACIÓN POR NODO	ILP	MST	ALGORITMOS, HEURÍSTICA o METAHEURÍSTICAS	TABÚ	SEGURIDAD	OBSERVABILIDAD COMPETA	COSTOS	ENRUTAMIENTO
1	2006	Optimal PMU placement for full network observability using Tabu search algorithm	\cite{Peng2006}	✖	☐	☐	☐	✖	☐	✖	☐	✖	☐	✖	☐	✖	☐	☐	☐	✖	☐	✖	☐	☐
2	2011	Optimal placement of PMUs to maintain network observability using a modified BPSO algorithm	\cite{Hajian2011}	✖	☐	☐	☐	☐	☐	☐	✖	☐	✖	☐	☐	✖	☐	☐	☐	☐	✖	☐	✖	✖
3	2015	A graph theory based methodology for optimal PMUs placement and multiarea power system state estimation	\cite{Xie2015}	✖	✖	☐	☐	✖	✖	☐	☐	☐	✖	☐	☐	☐	✖	☐	☐	☐	☐	☐	✖	✖
4	2015	Minimum-loss network reconfiguration: A minimum spanning tree problem	\cite{Ahmadi2015}	☐	✖	✖	☐	☐	☐	✖	✖	☐	✖	✖	✖	☐	☐	☐	✖	☐	☐	☐	✖	✖
5	2013	Lower Bounds and Exact Algorithms for the Quadratic Minimum Spanning Tree Problem	\cite{Pereira2013}	☐	✖	✖	☐	☐	✖	☐	✖	✖	✖	☐	☐	✖	☐	☐	☐	☐	☐	☐	✖	✖
6	2012	Multi-objective biogeography based optimization for optimal PMU placement	\cite{Jamuna2012}	✖	☐	✖	☐	☐	✖	☐	☐	☐	☐	☐	☐	✖	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
7	2014	PMU based observability reliability evaluation in electric power systems	\cite{Dehghani2014}	✖	☐	✖	☐	✖	☐	☐	✖	☐	✖	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	✖	☐

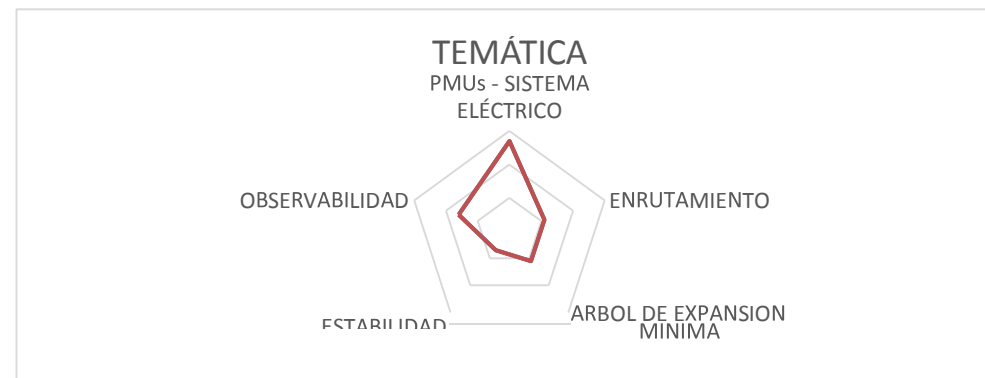
8	2015	Exact and heuristic solutions for the Minimum Number of Branch Vertices Spanning Tree Problem	\cite{Marin2015}	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
9	2015	Global oscillation mode analysis using phasor measurement units-based real data	\cite{Liu2015}	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10	1999	Neuro-fuzzy approach to real-time transient stability prediction based on synchronized phasor measurements	\cite{Liu1999}	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11	2012	Evaluation of the vulnerability of phasor measurement units to GPS spoofing attacks	\cite{Shepard2012}	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12	2011	Phasor measurement unit based transmission line protection scheme design	\cite{KhorashadiZadeh2011}	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
13	2013	A new method for simultaneous optimal placement of PMUs and PDCs for maximizing data transmission reliability along with providing the power system observability	\cite{Fesharaki2013}	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
14	2011	Optimal placement of PMU and SCADA measurements for security constrained state estimation	\cite{Jamuna2011}	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
15	2014	Improving observability using optimal placement of phasor measurement units	\cite{Ramachandran2014}	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
16	2013	Optimal PMU placement for power system observability using BICA, considering measurement redundancy	\cite{Mahari2013}	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

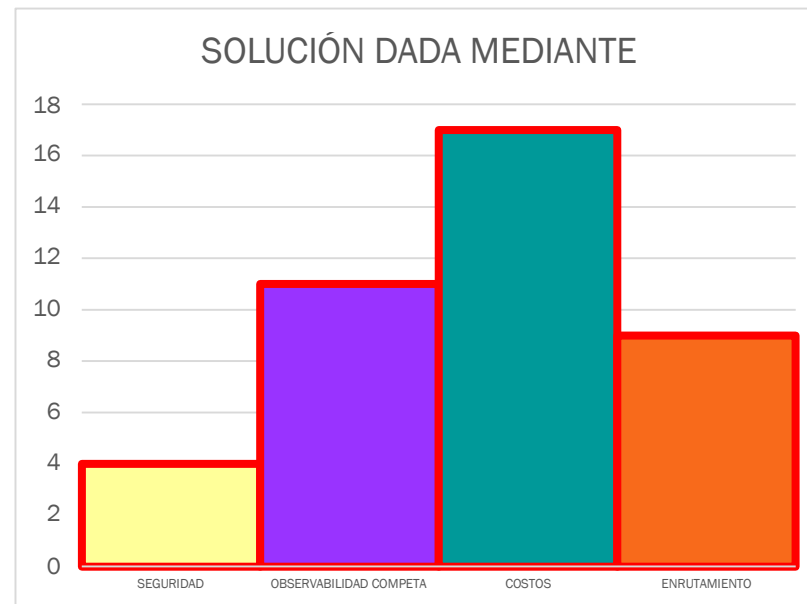
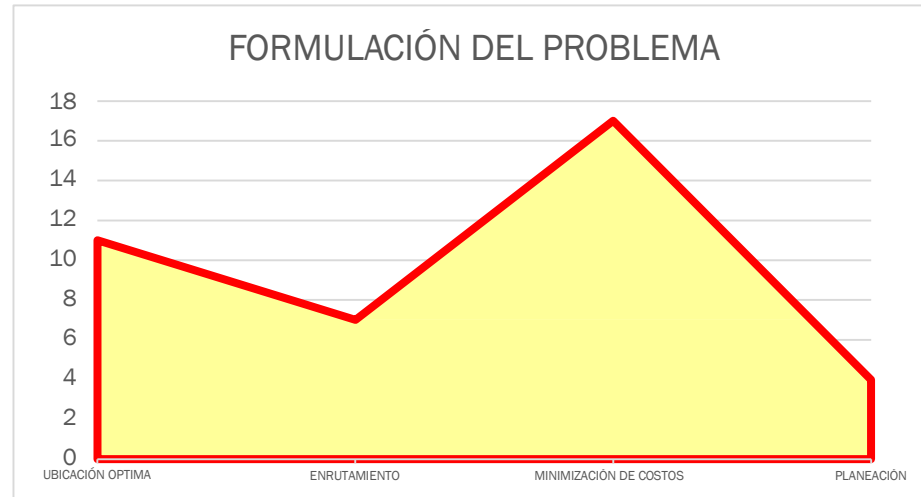
17	2012	An optimal PMU placement technique for power system observability	\cite{SahaRoy2012}	✗	□	□	□	✗	✗	□	□	✗	✗	□	□	□	□	□	✗	□	□	✗	□	□
18	2011	An integer-arithmetic algorithm for observability analysis of systems with SCADA and PMU measurements	\cite{Korres2011}	✗	□	□	□	✗	✗	□	✗	□	✗	□	□	□	□	□	✗	□	□	□	✗	□
19	2015	Intelligent-search technique based strategic placement of synchronized measurements for power system observability	\cite{Venkatesh2015}	✗	□	□	□	✗	□	□	✗	□	✗	□	□	□	□	□	✗	□	□	□	✗	□
20	2013	Power system stability enhancement by WAMS-based supplementary control of multi-terminal HVDC networks	\cite{Machowski2013}	✗	□	□	□	□	□	□	✗	□	✗	□	□	□	□	□	✗	□	□	□	✗	□
21	2008	WAMS-based detection and early-warning of low-frequency oscillations in large-scale power systems	\cite{Zhang2008}	✗	□	□	□	□	□	□	✗	□	✗	□	□	□	□	□	✗	□	□	□	✗	□
22	2015	Redundancy based PMU placement in state estimation	\cite{Xia2015}	✗	✗	□	✗	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□
23	2007	A WAMS/PMU-based fault location technique	\cite{Wang2007}	✗	✗	□	□	✗	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□
24	2014	Optimal PMU placement method for complete topological observability of power system under various contingencies	\cite{Abiri2014}	✗	□	□	□	✗	□	□	□	□	✗	□	□	✗	✗	□	□	□	□	✗	□	□
25	2013	ILP-based multistage placement of PMUs with dynamic monitoring constraints	\cite{Gomez2013}	✗	□	□	✗	✗	✗	□	✗	□	✗	□	□	✗	✗	□	□	□	□	✗	✗	□
26	2012	Generalized formulation of the optimal monitor placement problem for fault location	\cite{Avendano-Mora2012}	✗	□	□	□	✗	□	□	□	□	□	□	□	✗	□	□	□	□	□	□	□	✗

27	2012	Minimizing the number of PMUs and their optimal placement in power systems	\cite{Mahaei2012}	✖	✖	✖	□	✖	✖	✖	✖	□	✖	✖	✖	□	□	✖	□	□	□	□	✖	□
28	2012	Optimal placement of PMUs with limited number of channels	\cite{Miljanic2012}	✖	✖	✖	□	□	□	✖	✖	□	✖	□	□	✖	□	✖	□	□	□	□	✖	✖
29	2014	Clustering with Prim’s sequential representation of minimum spanning tree	\cite{Wang2014}	✖	✖	✖	□	□	□	✖	✖	□	✖	□	✖	□	□	✖	□	□	□	□	✖	✖
30	2014	Heuristics for Minimum Spanning K-tree Problem	\cite{Shangin2014}	□	✖	✖	□	□	□	✖	✖	□	✖	□	✖	□	□	□	✖	□	□	□	✖	✖
31	2015	Application of heuristic algorithms to optimal PMU placement in electric power systems: An updated review	\cite{Nazari-Heris2015}	✖	✖	□	□	✖	✖	□	✖	□	✖	□	□	✖	□	□	✖	□	□	□	✖	✖
CANTIDAD:				27	11	7	16	11	7	17	4	22	4	4	10	6	6	10	1	4	11	17	9	

Tabla 1.Matriz de estado del arte

Tabla 2.Resumen e Indicadores del estado del arte





2. OBJETIVOS

2.1. OBJETIVO GENERAL

- Identificar las condiciones óptimas para el planeamiento del problema requiriendo minimizar el número de las PMUs y costos de implementación con la finalidad de ejecutar el despliegue de sincronofasores en el sistema de distribución eléctrica, requerida por Smart Grid.

2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Identificar las zonas de observabilidad completa del sistema para determinar todas las mediciones fasoriales de todos los nodos de la topología de la red de distribución eléctrica para la ubicación óptima de las PMUs en ciertas subestaciones eléctricas.
- Desarrollar el modelo de optimización basado en la ubicación óptima para la reducción del número de las PMUs a instalar y el problema de enrutamiento a través de un MST para interconectar la información entre las PMUs adecuadas obtenido del resultado óptimo de la ubicación tomando en cuenta la minimización de costos relacionados por nodos y enlaces.
- Analizar el resultado de los modelos de optimización y evaluar su desempeño mediante la determinación de la eficiencia de los algoritmos aplicados para la formulación del problema en las condiciones definidas para el sistema de distribución eléctrica, considerados en el proyecto de investigación.

3. METODOLOGÍA

Para analizar el problema de ubicación de las PMUs, primero tenemos que definir los nodos de la topología de la red los cuáles serán las subestaciones eléctricas interconectadas mediante las líneas del sistema de distribución, inicialmente en cada subestación se implementará una PMU[18]. Por lo tanto se debe establecer las restricciones, tales como: a) existencia de conexión entre nodos del sistema basado en la observabilidad desde cada subestación, b) existencia de una PMU instalado por cada subestación. Dichas restricciones determinan la solución óptima garantizando una observabilidad completa en el cual asegure las mediciones de voltajes y corrientes fasoriales en todos los nodos del sistema definido.

Después de la resolución del primer problema de optimización, se requiere analizar el modelo basado en el MST, en el cual primero se especifica todos los enlaces candidatos entre las PMUs ubicadas adecuadamente de la optimización anterior, por lo tanto se genera el problema de enrutamiento con el objetivo de encontrar el conjunto mínimo de enlaces con menor costo, distancia o peso para conformar el MST[4][20], para ello se debe adecuar las restricciones como: a) costo por cada enlace relacionado a la distancia entre las PMUs, a más distancia mayor es el costo, b) conexión del número de enlaces menor al número de las PMUs ubicadas. Las condiciones de las restricciones determinan el resultado de MST utilizando el algoritmo Prim, seleccionando solo los enlaces asociados con menor peso pero garantizando un mínimo costo por enlaces para el flujo de

información entre las PMUs[21]. De tal manera el modelo de optimización posibilita el óptimo despliegue de sincronofasores en el sistema de distribución eléctrica mediante la reducción de costos para la instalación de las PMUs[22].

4. DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN

4.1. Ubicación de las PMUs en el sistema de distribución basado en observabilidad completa.

La ubicación óptima de las PMUs se fundamenta en la elección de un sitio estratégico bajo la condición que a partir de un nodo inicial sea posible observar a otro nodo cercano, por esa razón se origina el concepto de observabilidad completa para la ubicación de los sincronofasores[23][24], donde se requiere la minimización del número de las PMUs, pero a la vez se debe obtener la medición fasorial en cada uno de los nodos o subestaciones eléctricas para conocer el comportamiento y estado dinámico del sistema de distribución[25]. Por ese motivo los requerimientos para el sistema es determinar en todas las subestaciones los datos de voltajes y corrientes fasoriales en condiciones de observabilidad completa mediante un conjunto mínimo de las PMUs, de esa manera los costos para la implementación de sincronofasores se disminuye ocasionando la posibilidad de la integración de esta tecnología en los sistemas eléctricos[1].

El análisis de la observabilidad tiene la finalidad de definir la expansión de las PMUs calculando los voltajes y corrientes relacionados con la ley de Ohm, entonces se pueden expresar las siguientes ecuaciones[1]:

$$V_2 = V_1 - I_{2-1} (Z_{2-1} + Z_{2-1}) \quad (1)$$

$$I_{2-1} = \frac{V_2 - V_1}{X} \quad (2)$$

1-2 1-2

De las ecuaciones se define que partiendo de la ubicación de una PMU en un nodo inicial se conoce el dato de voltaje (V_1) de ese nodo, entonces se requiere establecer el voltaje (V_2) de un nodo vecino mediante la ley de ohm se deduce las ecuaciones (1) y (2), por lo tanto se puede determinar (V_2) por medio de los datos iniciales como voltaje (V_1) establecido por la PMU, sustrayendo de las caídas de tensiones que es igual a las corrientes por las reactancias e impedancias de la línea de conexión entre los nodos.

Aplicando dichas ecuaciones para un sistema de distribución eléctrica se puede minimizar la necesidad de instalar por cada subestación una PMU, por esa razón la observabilidad es imprescindible en el momento de tomar la decisión óptima de instalar las PMUs. En un sistema de distribución se solicita el desarrollo de un modelo de optimización por la cantidad de subestaciones y líneas de distribución, lo cual se genera variables según el número de nodos, entonces la determinación de la ubicación óptima de las PMUs se convierten complicadas para la reducción definitiva de los sincronofasores con una observabilidad completa, por esa razón se requiere de

herramientas computacionales para minimizar el error y establecer la solución óptima en menor tiempo.

4.2. Planteamiento del problema de optimización.

El problema de optimización para la ubicación óptima se modela en condición de una minimización de la expansión de las PMUs relacionado con la observabilidad completa del sistema, inicialmente se define una PMU para cada subestación eléctrica, es decir el número de las PMUs instalados debe ser directamente proporcional al número total de nodos o subestaciones, los nodos

son establecido mediante la variable x_i [26], entonces dicha variable busca minimizar para obtener el conjunto mínimo de los sincronofasores, donde i es el indicativo del número de nodo en el cual se debe instalar una PMU [27], el modelo de optimización resuelve y encuentra la solución óptima a través de la evaluación de la variable de la función objetivo cambiando de un estado inicial de cero a 1, de esa manera se establece la ubicación estratégica de las PMUs y se puede corroborar que con esas PMUs se alcanza a determinar las mediciones fasoriales en todos los nodos, a continuación se presenta las siguientes ecuaciones de función objetivo y restricción [1]:

$$\sum_{i \in S} x_i \quad (3)$$

Restricción:

$$\sum_{j \in S} a_{ij} x_j \geq 1, \quad \forall i \in S \quad (4)$$

En la ecuación (3) se expresa la sumatoria de todas las subestaciones eléctricas que conforman el sistema de distribución con la finalidad de minimizar el número de las PMUs a instalar a través de observabilidad completa para n -nodos, se define S como sistema de distribución tipo anillo. La ecuación (4) impone las condiciones a las cuales está sujeta la función objetivo de minimización, por lo tanto se describe una matriz ($n \times n$) establecida según el número de n -nodos y se define como

la variable a_{ij} donde contiene valores entre cero y 1, lo cual representa si existe conectividad mediante la línea entre el nodo i y j , entonces la matriz estará definida por la topología de la red eléctrica.

La solución óptima se rige a condiciones concretadas por las desigualdades o restricciones que son ecuaciones lineales [27], por lo tanto dichas ecuaciones deben satisfacer la función objetivo $f(x)$

combinando las distintas ecuaciones para encontrar la solución óptima, en este caso es minimizar dicha función de la sumatoria de cada nodo.

A continuación, se interpreta el planteamiento del problema para ubicación óptima de las PMUs para un sistema de distribución eléctrica que contiene 24 subestaciones interconectadas entre ciertos nodos a través de las líneas como se indica en la figura 3, así se define el sistema de distribución donde se requiere ubicar las PMUs basado en una observabilidad completa.

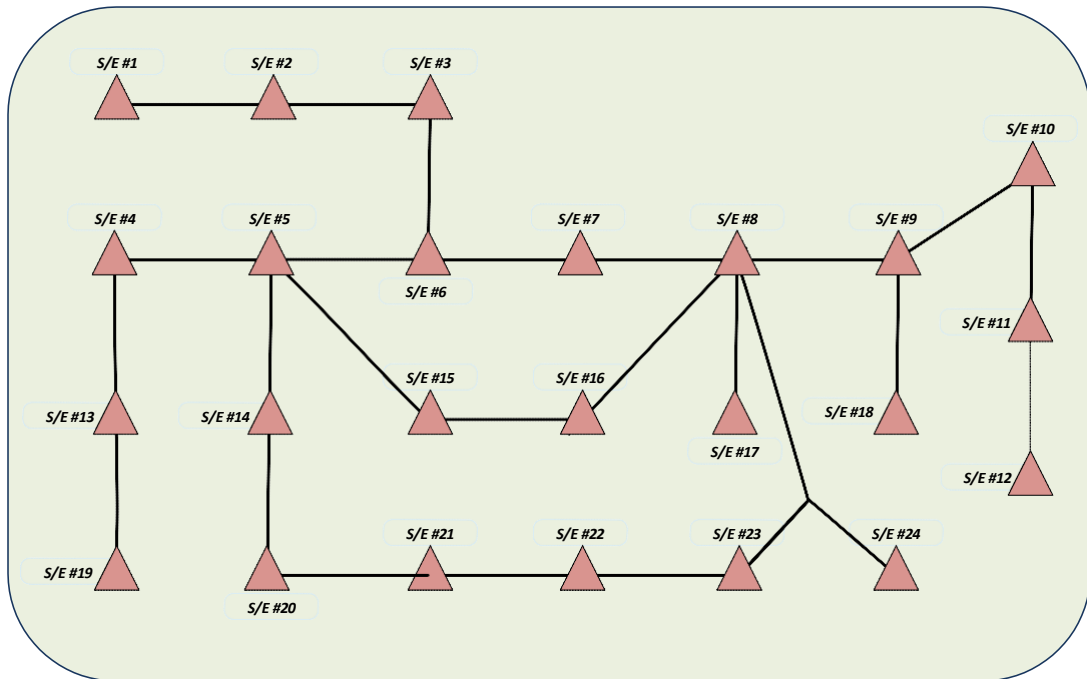


Figura 3. Sistema de distribución eléctrica para la ubicación óptima de las PMUs.

Cabe mencionar que existen diferentes clases de topologías para el sistema eléctrico como radial o anillado, entonces la definición de la topología es la parte inicial para el modelo de optimización porque establece los enlaces de nodo a nodo y determina la configuración de la matriz de conectividad binaria influyendo en la evaluación de cada restricción, es decir que la resolución de la optimización para un sistema anillado es siempre distinta a la de un radial, incluso por el análisis de observabilidad del sistema, en el sistema radial se dificulta obtener una observabilidad completa por carecer de conectividad entre algunos nodos, mientras tanto para un sistema tipo anillo su configuración permite que tan solo con una PMU ubicada estratégicamente se puede reflejar los valores fasoriales de otros nodos cercanos o vecinos. Por consiguiente se considera en el proyecto para el sistema de distribución eléctrica una topología tipo anillo, por lo tanto se procede a establecer la función objetivo y restricciones mediante las ecuaciones expresadas en (3) y (4), el número de restricciones para el sistema depende de la cantidad de subestaciones eléctricas, para el problema planteado en el proyecto de investigación se genera 24 restricciones que son representadas en la tabla 3:

Tabla 3. Restricciones del sistema de distribución eléctrica con 24 subestaciones.

$f_1 = e_{11} + e_{12} \geq 1$	(5)
$f_2 = e_{11} + e_{12} + e_{13} \geq 1$	(6)
$f_3 = e_{12} + e_{13} + e_{14} \geq 1$	(7)
$f_4 = e_{11} + e_{13} + e_{13} \geq 1$	(8)
$f_5 = e_{11} + e_{13} + e_{14} + e_{14} + e_{15} \geq 1$	(9)
$f_6 = e_{13} + e_{13} + e_{14} + e_{15} \geq 1$	(10)
$f_7 = e_{14} + e_{15} + e_{16} \geq 1$	(11)
$f_8 = e_{11} + e_{11} + e_{11} + e_{16} + e_{17} + e_{18} + e_{18} \geq 1$	(12)
$f_9 = e_{11} + e_{11} + e_{16} + e_{16} \geq 1$	(13)
$f_{10} = e_{17} + e_{10} + e_{11} \geq 1$	(14)
$f_{11} = e_{10} + e_{11} + e_{12} \geq 1$	(15)
$f_{12} = e_{11} + e_{12} \geq 1$	(16)
$f_{13} = e_{11} + e_{13} + e_{19} \geq 1$	(17)
$f_{14} = e_{13} + e_{14} + e_{20} \geq 1$	(18)
$f_{15} = e_{13} + e_{15} + e_{16} \geq 1$	(19)
$f_{16} = e_{13} + e_{15} + e_{16} \geq 1$	(20)
$f_{17} = e_{16} + e_{17} + e_{23} + e_{24} \geq 1$	(21)
$f_{18} = e_{17} + e_{18} \geq 1$	(22)
$f_{19} = e_{13} + e_{19} \geq 1$	(23)
$f_{20} = e_{14} + e_{20} + e_{21} \geq 1$	(24)
$f_{21} = e_{20} + e_{21} + e_{22} \geq 1$	(25)
$f_{22} = e_{21} + e_{22} + e_{23} \geq 1$	(26)
$f_{23} = e_{16} + e_{17} + e_{22} + e_{23} + e_{24} \geq 1$	(27)
$f_{24} = e_{16} + e_{17} + e_{23} + e_{24} \geq 1$	(28)

El problema de optimización de los enlaces para el flujo de información entre los sincronofasores ubicadas del proceso de minimización, se considera variables de las PMUs definido como N_{ij} [28], entonces el planteamiento del modelo de optimización requiere determinar el árbol de expansión mínima a partir de la topología del sistema de distribución definida en la figura 3, así en la solución óptima debe constar el conjunto mínimo de enlaces factibles, los enlaces son expresados como e_{ij} . Por lo tanto cada enlace es bidireccional y se debe generar las conexiones entre las PMUs óptimas,

entonces para establecer los enlaces óptimos la variable N_{ij} se convierte de un valor cero a 1, donde el valor 1 representa que el enlace es factible para el sistema, de esa manera se van definiendo todos los enlaces para determinar el MST[29]. En las siguientes ecuaciones se describe la función objetivo de minimización y sus respectivas restricciones[17]:

$$\sum_{(i,j) \in E} N_{ij} \quad (29)$$

Restricciones:

$$\sum N_{ij} = n - 1 \quad (30)$$

$$\sum_{\substack{e_{ij} \in E \\ i \in B \\ j \in B}} N_{ij} \geq 1, \quad \forall B \subset S \quad (31)$$

La ecuación (29) se considera la minimización de todos los enlaces basado en la sumatoria de todos los nodos de i a j pertenecientes al sistema de distribución que conforma las PMUs obtenidos del modelo de ubicación óptima. La ecuación (30) condiciona que todas las PMUs deben tener una conexión entre n-1, tal que n es el número de PMUs instalados en el sistema de distribución. Por

último en la ecuación (31) se describe la sumatoria de N_{ij} que debe ser mayor o igual a 1, pero siempre i tiene que pertenecer al nodo del subconjunto B y j pertenece a un nodo del conjunto S. El resultado óptimo que se representa al final es solo los enlaces factible con un costo, distancia o peso mínimo, de esa forma se especifica el MST, en consecuencia para determinar el árbol de expansión mínima se basó en el algoritmo Prim[3][21][29].

5. RESULTADOS ESPERADOS

El resultado óptimo obtenido de la ejecución del modelo de optimización para la minimización de PMUs determinó que la ubicación óptima de las PMUs son en las subestaciones 2, 5, 8, 11, 13 y 21, consiguiendo la observabilidad completa del sistema de distribución con 24 subestaciones, es decir el resultado expresa que con las mediciones fasoriales de las 6 PMUs abastecen para conocer el estado y comportamiento del sistema, entonces de 24 PMUs colocados inicialmente se minimiza a 6, así la solución óptima genera un costo mínimo de instalación de las PMUs en el sistema de distribución eléctrica de 24 subestaciones, entonces en la resolución del proceso de optimización se utilizó la programación lineal entera para la ubicación óptima de las PMUs como se muestra en la figura 4.

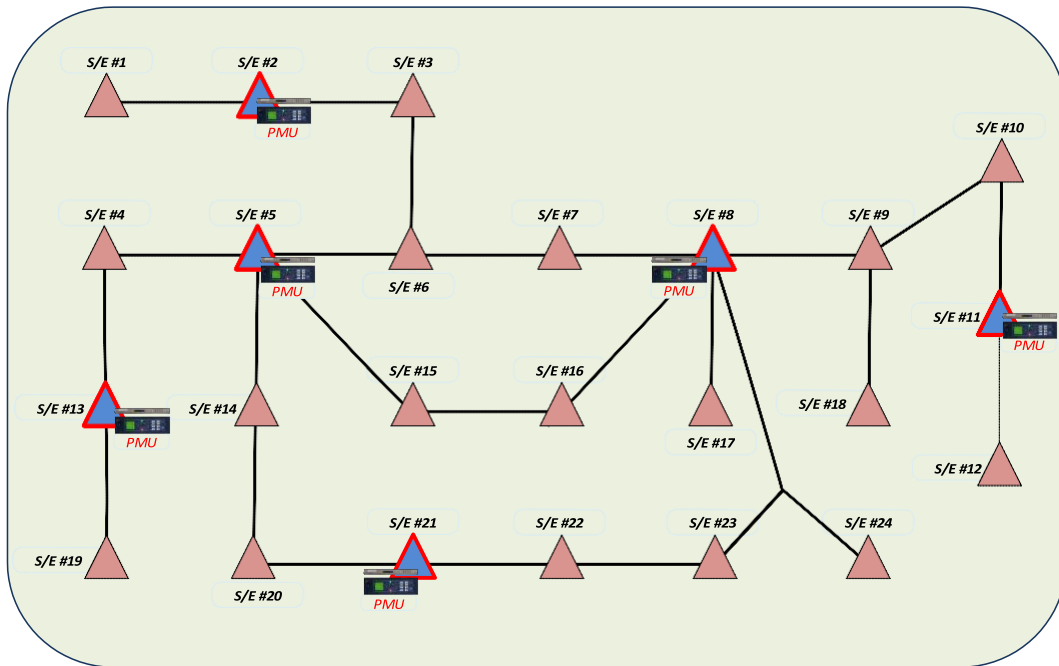


Figura 4. Ubicación óptima de las PMUs basado en Programación Lineal Entera.

El resultado del segundo modelo de optimización establece los enlaces factible entre las PMUs de la ubicación óptima entre los nodos 2, 5, 8, 11, 13 y 21, logrando determinar el enrutamiento de la información de los 6 PMUs con el objetivo de luego gestionar dichas mediciones de voltajes y corrientes fasoriales obtenidas de cada PMU, el árbol de expansión mínima es la solución óptima que contiene todos los enlaces con menor distancia o peso asociado para enlazar las PMUs con una minimización de costos por enlace, entonces el resultado del MST resalta solo los enlaces óptimos como se ilustra en la figura 5.

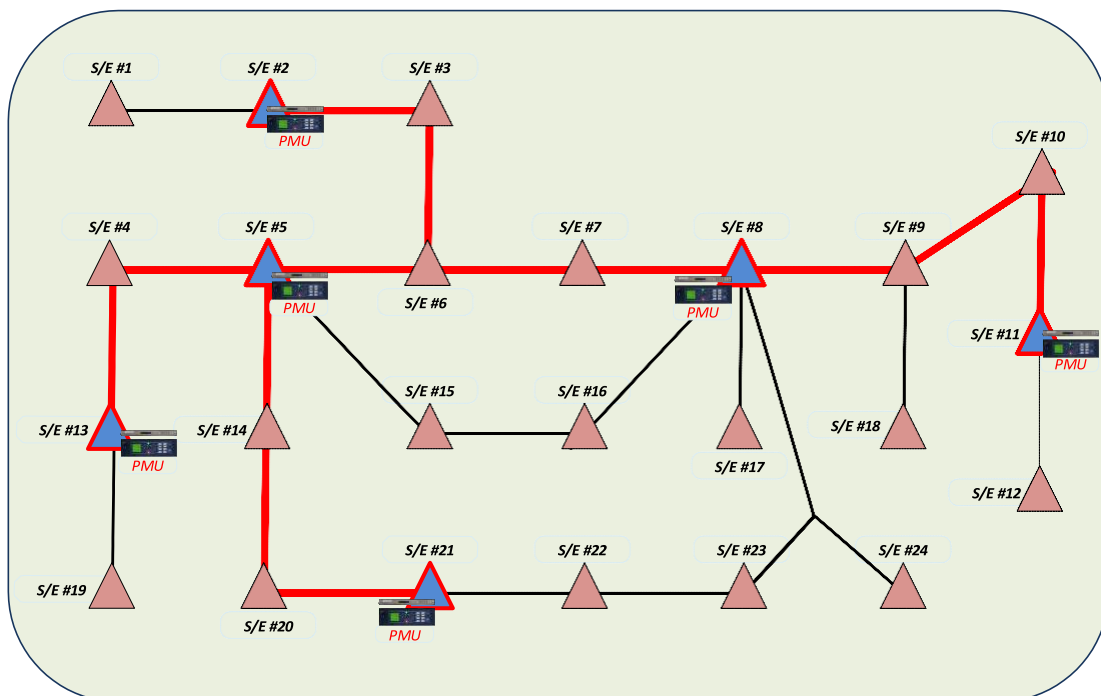


Figura 5. Enlaces factibles basado en el MST (Árbol de Expansión Mínima).

En conclusión el proceso del óptimo despliegue de los sincronofasores en el sistema de distribución obtiene como resultado una minimización considerable del número de las PMUs facilitando el costo para la implementación pero permitiendo la medición fasorial en todo el sistema, de esa manera la topología tiene la característica de una observabilidad completa, ese aspecto es indispensable para establecer el estado actual del sistema de distribución, por lo tanto en caso de una falla se puede verificar inmediatamente y se lograría tomar acciones pertinentes para que el sistema se estabilice y retorne a las condiciones ideales de funcionamiento, en cuanto a la solución de los enlaces factibles mediante el MST se considera la comunicación bidireccional para que las mediciones de las PMUs almacenen los datos muestreados para después supervisar, monitorear y controlar sobre esa información que llega en tiempo real buscando el enlace indicado para un flujo de datos.

6. ESTRATEGIA PARA LA DIVULGACIÓN DE LOS RESULTADOS

Dentro de las estrategias de divulgación se plantean las siguientes:

1. Informe escrito final como producto de la tesis. El informe será entregado a biblioteca UPS.
2. Jornada Científica de Ingeniería Eléctrica.

7. SECTORES BENEFICIADOS

Los sectores beneficiados con el proyecto son los siguientes:

1. Universidad Politécnica Salesiana
2. Grupos de investigación relacionados con el proyecto
3. Sectores públicos y privados relacionados al tema de investigación.

8. REFERENCIAS

- [1] B. K. Saha Roy, A. K. Sinha, and A. K. Pradhan, "An optimal PMU placement technique for power system observability," *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, vol. 42, no. 1, pp. 71–77, Nov. 2012.
- [2] F. H. Fesharaki, R. A. Hooshmand, and A. Khodabakhshian, "A new method for simultaneous optimal placement of PMUs and PDCs for maximizing data transmission reliability along with providing the power system observability," *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 100, pp. 43–54, Jul. 2013.
- [3] G.-W. Wang, C.-X. Zhang, and J. Zhuang, "Clustering with Prim's sequential representation of minimum spanning tree," *Appl. Math. Comput.*, vol. 247, pp. 521–534, Nov. 2014.
- [4] A. Marín, "Exact and heuristic solutions for the Minimum Number of Branch Vertices Spanning Tree Problem," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 245, no. 3, pp. 680–689, Sep. 2015.
- [5] T. Venkatesh and T. Jain, "Intelligent-search technique based strategic placement of synchronized measurements for power system observability," *Expert Syst. Appl.*, vol. 42, no. 10, pp. 4768–4777, Jun. 2015.
- [6] G. N. Korres and N. M. Manousakis, "State estimation and bad data processing for systems including PMU and SCADA measurements," *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 81, no. 7, pp. 1514–1524, Jul. 2011.
- [7] H. Khorashadi Zadeh and Z. Li, "Phasor measurement unit based transmission line protection scheme design," *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 81, no. 2, pp. 421–429, Feb. 2011.
- [8] T. Hashiguchi, Y. Ota, H. Ukai, Y. Mitani, O. Saeki, and M. Hojo, "Parameter Estimation of Power System Oscillations Based on Phasor Measurements," D. Westwick, Ed. Oxford: Elsevier Science Ltd, 2007, pp. 77–82.

- [9] D. P. Shepard, T. E. Humphreys, and A. A. Fansler, "Evaluation of the vulnerability of phasor measurement units to GPS spoofing attacks," *Int. J. Crit. Infrastruct. Prot.*, vol. 5, no. 3–4, pp. 146–153, Dec. 2012.
- [10] S. Zhang, X. Xie, and J. Wu, "WAMS-based detection and early-warning of low-frequency oscillations in large-scale power systems," *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 78, no. 5, pp. 897–906, May 2008.
- [11] A. Mahari and H. Seyedi, "Optimal PMU placement for power system observability using BICA, considering measurement redundancy," *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 103, pp. 78–85, Oct. 2013.
- [12] M. Hajian, A. M. Ranjbar, T. Amraee, and B. Mozafari, "Optimal placement of PMUs to maintain network observability using a modified BPSO algorithm," *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, vol. 33, no. 1, pp. 28–34, Jan. 2011.
- [13] E. Abiri, F. Rashidi, T. Niknam, and M. R. Salehi, "Optimal PMU placement method for complete topological observability of power system under various contingencies," *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, vol. 61, pp. 585–593, Oct. 2014.
- [14] K. Jamuna and K. S. Swarup, "Multi-objective biogeography based optimization for optimal PMU placement," *Appl. Soft Comput.*, vol. 12, no. 5, pp. 1503–1510, May 2012.
- [15] J. Machowski, P. Kacejko, Ł. Nogal, and M. Wancerz, "Power system stability enhancement by WAMS-based supplementary control of multi-terminal HVDC networks," *Control Eng. Pract.*, vol. 21, no. 5, pp. 583–592, May 2013.
- [16] Q. Liu, M. Watanabe, and Y. Mitani, "Global oscillation mode analysis using phasor measurement units-based real data," *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, vol. 67, pp. 393–400, May 2015.
- [17] S. M. Mahaei and M. T. Hagh, "Minimizing the number of PMUs and their optimal placement in power systems," *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 83, no. 1, pp. 66–72, Feb. 2012.
- [18] B. Ramachandran and G. Thomas Bellarmine, "Improving observability using optimal placement of phasor measurement units," *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, vol. 56, pp. 55–63, Mar. 2014.
- [19] C.-S. Liao, T.-J. Hsieh, X.-C. Guo, J.-H. Liu, and C.-C. Chu, "Hybrid search for the optimal PMU placement problem on a power grid," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 243, no. 3, pp. 985–994, Jun. 2015.
- [20] C. Zhong, M. Malinen, D. Miao, and P. Fränti, "A fast minimum spanning tree algorithm based on K-means," *Inf. Sci. (Ny)*, vol. 295, pp. 1–17, Feb. 2015.
- [21] R. E. Shangin and P. M. Pardalos, "Heuristics for Minimum Spanning K-tree Problem," *Procedia Comput. Sci.*, vol. 31, pp. 1074–1083, 2014.
- [22] D. L. Pereira, M. Gendreau, and A. S. da Cunha, "Lower Bounds and Exact Algorithms for the Quadratic Minimum Spanning Tree Problem," *Comput. Oper. Res.*, 2013.
- [23] X. Tai, D. Marelli, E. Rohr, and M. Fu, "Optimal PMU placement for power system state estimation with random component outages," *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, vol. 51, pp. 35–42, Oct. 2013.
- [24] Y. Zhao, P. Yuan, Q. Ai, and T. Lv, "Optimal PMU placement considering topology constraints," *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, vol. 73, pp. 240–248, Dec. 2015.
- [25] C.-W. Liu, S.-S. Tsay, Y.-J. Wang, and M.-C. Su, "Neuro-fuzzy approach to real-time transient stability prediction based on synchronized phasor measurements," *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 49, no. 2, pp. 123–127, Mar. 1999.
- [26] M. Nazari-Heris and B. Mohammadi-Ivatloo, "Application of heuristic algorithms to optimal PMU placement in electric power systems: An updated review," *Renew. Sustain. Energy Rev.*, vol. 50, pp. 214–228, Oct. 2015.
- [27] O. Gómez and M. A. Ríos, "ILP-based multistage placement of PMUs with dynamic monitoring constraints," *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, vol. 53, pp. 95–105, Dec. 2013.
- [28] H. Ahmadi and J. R. Martí, "Minimum-loss network reconfiguration: A minimum spanning tree problem," *Sustain. Energy, Grids Networks*, vol. 1, pp. 1–9, Mar. 2015.
- [29] L. C. Martinez and A. S. da Cunha, "The min-degree constrained minimum spanning tree problem: Formulations and Branch-and-cut algorithm," *Discret. Appl. Math.*, vol. 164, Part 1, pp. 210–224, Feb. 2014.